

LA ECUACION DE ELDER COMO PUENTE ENTRE EL TRANSPORTE DE MASA, LA HIDRAULICA Y LA GEOMORFOLOGIA DE CAUCES NATURALES EN LOS ESTUDIOS DE CALIDAD DE AGUAS.

THE ELDER'S EQUATION AS A BRIDGE BETWEEN MASS TRANSPORT, HYDRAULICS AND GEOMORPHOLOGY OF NATURAL STREAMS IN QUALITY WATER STUDIES.

Alfredo José Constain Aragón¹ y Jorge Luis Corredor Rivera²

Resumen:

Los estudios de calidad de aguas son herramientas complejas que usan softwares y técnicas matemáticas orientadas a modelar, predecir y verificar diversos eventos relacionados con amenazas al recurso agua. Este tipo de eventos está evolucionando en los tres escenarios de la vida real de los cauces: la hidráulica, el transporte dispersivo y la geomorfología. En el estado del arte de los procedimientos para medir cada escenario, ellos son de naturaleza diversa, lo que puede llevar a dificultades de integración de la información en estos modelos. En este artículo se analiza la ecuación de Elder como un puente entre estos dos campos, lo que permitiría un avance interesante en la obtención de información congruente ("homogénea") para optimizar el desarrollo de modelos.

El método aquí propuesto permite poner en perspectiva la naturaleza y los diversos problemas que han sido achacados a Elder, tratando de dilucidar nuevos enfoques que recuperarían dicha ecuación, ampliando los procesos de calibración y validación de los modelos de calidad de aguas. Se presentan detalladamente dos casos experimentales: un canal en USA y un cauce natural en Colombia.

Palabras clave: Estudios de calidad de aguas, hidráulica, dispersión, geomorfología

Abstract:

The studies of water quality are complex tools that use software and mathematical techniques oriented to model, predict and verify several events, related with threats to water resource. This type of events is evolving in three scenarios of streams 'real life: The Hydraulics, the Dispersive transport and the Geomorphology. In the state of the art of measurement procedures to each scenario, they are of diverse nature, which may lead to integration difficulties for the information in these models. In this article it is analyzed the Elder's equation as a bridge between these two fields which would allow an interesting advance in acquisition of congruent ("homogeneous") data to optimize development of models.

The method proposed here allows putting in perspective the nature and the several problems that had assigned to Elder, trying elucidating new focus that recover this equation, widening the procedures of calibration and validation of quality water models. There are presented two detailed experimental cases: a channel in USA and a natural stream in Colombia.

Key words: Water quality studies, hydraulics, dispersion, geomorphology.

1. INTRODUCCIÓN

Corrientemente ha sido aceptado que las definiciones tempranas acerca del coeficiente longitudinal de transporte dispersivo E , en la dinámica de solutos en los flujos, como la ecuación de J.W. Elder por ejemplo, eran imprecisas a pesar de su sólida fundamentación teórica. Este fue un serio traspié porque esta fórmula liga la dispersión con la geomorfología a través de la pendiente de fricción (y por lo tanto con la relación de Chezy-Manning) de una forma directa. Varias razones fueron aducidas para explicar esta derrota, entre ellas el uso equivocado del perfil de

velocidad vertical en lugar de la distribución transversal de velocidad, probablemente más significativa en el caso de la dispersión cortante. Pero principalmente fue debido a que el método de "enrutamiento" de H.B. Fischer (tomado en esos días como el método de referencia) dio valores mayores que el de Elder, especialmente en cauces naturales.

Sin embargo, algunos desarrollos recientes indicarían que esta ecuación no es tan equivocada, ya que aunque la distribución transversal de velocidad puede ser eventualmente más significativa que la ver-

¹ Gerente Hydrocloro Ltda., Bogotá, Colombia, alfredo.constain@gmail.com

² Director Grupo de investigación "Visión Colombia Hídrica", Universidad Militar Nueva Granada, jorge.corredor@unimilitar.edu.co

tical, no es correcto poner una en contra de la otra porque ambas son parte del mismo proceso, es decir no son independientes y es correcto usar una o la otra para representar ese proceso turbulento. También, una nueva definición para E como función del tiempo puede dar un nuevo conjunto de valores más precisos que pueden ajustarse propiamente con los resultados de Elder, enlazando además la hidráulica con el transporte de masa.

A partir de esto, se puede ver que en realidad un resultado de la ecuación de Elder debe ponerse sobre un punto específico de la curva $E(t)$. Los análisis experimentales de este enfoque muestran que en los canales estos puntos afloran casi naturalmente, no así en los cauces naturales, que deben tener un procedimiento un poco más elaborado. En seguida se analizan los temas antecedentes que permiten una adecuada perspectiva del problema y la solución planteada.

1.1. El aporte de Taylor y Elder.

Para su aplicación exitosa, los modernos modelos de Calidad de agua dependen sustancialmente del entendimiento cabal de los movimientos del agua y de las transformaciones de los componentes en ella transportados. Su estructuración depende fundamentalmente pues de la hidráulica (donde va el agua) del transporte de masa (como afecta la advección y la dispersión a los contaminantes o al oxígeno, por ejemplo) y de la geomorfología del cauce en donde esto evoluciona.

Aunque la difusión y la dispersión son diferentes en su esencia (Holley E.R., 1969), en 1954 G.I. Taylor propuso una forma mono dimensional de ligarlas definiendo aproximadamente la dispersión como una difusión de carácter especial, tomando las desviaciones espaciales de velocidad, u' , (principalmente) y de concentración, c' , para formar un flujo de masa de soluto (kilogramos por unidad de tiempo y unidad de área) de forma proporcional al gradiente de concentración. Esto sobre la sección transversal en el punto de mayor concentración. La barra indica promedio (integración) espacial y las desviaciones se calculan con respecto a los valores medios referidos a la distribución de velocidad y al perfil de concentración, utilizando las aproximaciones de Reynolds y la analogía de Boussinesq (Fischer H.B., 1967).

$$\overline{c'u'} = -E \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (1)$$

Para encontrar el coeficiente incognito E , Taylor aisló la sola desviación espacial de velocidad u' (efecto cortante como causa fundamental del efecto dispersivo en los flujos naturales) en una expresión integral triple para representar todo el dominio de la sección transversal del flujo. Aquí ϵ_z es el coeficiente vertical

de difusión, z es la coordenada de profundidad y h es la profundidad

$$E = -\frac{1}{h} \int_0^h u' \int_0^z \frac{1}{\epsilon_z} \int_0^z u' dz dz dz \quad (2)$$

Puestas estas definiciones en un contexto más amplio como balance de masa, se puede establecer la ecuación final conservativa (sin reacciones químicas ni fuentes ni sumideros), llamada de Adveccion-dispersión. Aquí se ha calculado C como el promedio sobre la sección transversal y se han hecho ciertas simplificaciones y manipulaciones para que no aparezcan las desviaciones explícitamente. U es la velocidad media del flujo sobre esa sección transversal:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (3)$$

La solución de (3) se expresa mediante la ecuación clásica de Fick, con A el área de la sección transversal del flujo y M la masa del soluto vertido al flujo.

$$C(x, t) = \frac{M}{A\sqrt{4Et}} e^{-\frac{(x-Ut)^2}{4Et}} \quad (4)$$

Aunque las ecuaciones anteriores son la guía general del fenómeno descrito, es necesario disponer de datos específicos del cauce en cuanto a velocidad, geometría y transporte (U , A y E) cuando se quiere aplicar a casos concretos. La velocidad U se puede medir directamente y lo mismo A pero el valor de E hay que establecerlo mediante procedimientos alternos, de naturaleza teórica, experimental o con una mezcla de ambas. Taylor se propuso entonces hallar un primer valor para E en el caso de un tubo ideal infinitamente largo de radio a , en flujo uniforme. Para este caso específico Taylor usó la ecuación general (2), suponiendo una distribución específica $u'(z)$ como la propuesta por Nikuradse para tubos ideales, hallando el valor para E en este caso como (Fischer H.B., 1966) donde g es la aceleración de la gravedad y S es la pendiente de fricción.:

$$E = 10.1a\sqrt{agS} \quad (5)$$

En 1958 J.W. Elder, ampliando el alcance de la definición anterior, presentó una ecuación que enlazaba la dispersión (transporte) con la pendiente de fricción (geomorfología) facilitando el tratamiento unificado de estos dos campos. Para su desarrollo Elder partió de los enfoques y simplificaciones que originalmente introdujo G.I. Taylor en 1954, asumiendo flujo uniforme.

1.2. La ecuación de Elder.

Dado que los acuciantes problemas en los flujos naturales requerían una solución similar, J.W. Elder amplió el enfoque de Taylor a las corrientes a flujo abierto (Fischer H.B., 1968) Para ello utilizó como distribución específica de $u'(z)$ la ley logarítmica de perfil de velocidades en función de la profundidad, h . Aquí g es la aceleración de la gravedad y $\kappa \approx 0.41$ es la constante de Von Kármán.

$$u'(z) = \frac{\sqrt{hgS}}{\kappa} \left(1 + \text{Ln} \left(\frac{z}{h} \right) \right) \quad (6)$$

Realizando las integraciones correspondientes en (2), partiendo de la función en (6) Elder obtuvo finalmente la definición para el Coeficiente Longitudinal de dispersión en flujos abiertos infinitamente anchos:

$$E = \frac{0.404}{\kappa^3} \sqrt{hgS} = 5.93h\sqrt{hgS} \quad (7)$$

La importancia de este aporte radica en que enlaza de manera directa y simple el transporte de masa dispersivo con la geomorfología del flujo a través de la pendiente de fricción, S .

1.3. Las dificultades de la definición de Elder

No obstante las innegables ventajas de la definición anterior, su uso ha sido muy controvertido, decayendo con los años. Las razones para esta oposición son variadas pero entre las principales se cuentan: El uso de la distribución vertical en lugar de una transversal, supuestamente más correcta y los resultados numéricos más bajos que los obtenidos por el método de referencia ("Método de enrutamiento"). En seguida se analizan detalladamente ambos temas.

1.4. Naturaleza de las distribuciones de velocidad vertical y transversal

Corrientemente se critica la ecuación (7) por no representar supuestamente el fenómeno dispersivo ya que en las corrientes naturales normalmente las desviaciones de velocidad son más significativas en el eje transversal (ancho) que en el eje vertical (profundidad). (Seo I.W. & Baek K.O, 2002) Para avanzar en el análisis del problema, si se identifican las distribuciones vertical y transversal como las causas principales de la dispersión en los flujos naturales cortantes, es posible definir una combinación lineal diferencial para el coeficiente longitudinal de dispersión, suponiendo estas contribuciones como variables *independientes*:

$$E = f(v_z, v_y) \quad (8)$$

Por lo tanto:

$$dE = \left(\frac{\partial E}{\partial v_z} \right) dv_z + \left(\frac{\partial E}{\partial v_y} \right) dv_y \quad (9)$$

Esto quiere decir que en este caso, estrictamente hablando, la variación del Coeficiente de transporte longitudinal dependerá de dos factores a la vez, los cuales deben ser tenidos en cuenta necesariamente para obtener una definición precisa del parámetro.

$$dE = dE_{v_z} + dE_{v_y} \quad (10)$$

Pero: ¿Son *independientes* estas dos componentes? Esta pregunta es interesante para ver la justificación de las ecuaciones (9) y (10) en la que las dos componentes *compiten necesariamente entre sí* para ajustar el valor total de la variable. Siguiendo las pautas clásicas sobre la naturaleza de las turbulencias establecidas por L.W. Richardson, G.I. Taylor y A.N. Kolmogorov, entre otros (Peralta Fabi R., 2001) las escalas del movimiento turbulento son tales que la energía que sostiene los movimientos irregulares de vorticidad va transitando desde entornos (torbellinos) mayores donde la geometría define las distancias características (en las que aun se aprecian correlaciones entre velocidades de puntos contiguos) hasta entornos (torbellinos) menores en donde domina la viscosidad, y la energía cinética (macroscópica) se convierte en calor (escala de Kolmogorov). En esta perspectiva, puede decirse que la turbulencia parece estructurarse de tal forma que la pérdida progresiva de correlación esta enlazada con la transferencia irreversible de calor hacia los alrededores, predominando entonces una naturaleza homogénea e isotrópica para la turbulencia. Si entendemos entonces la difusión como el mezclado irregular de las partículas de soluto debido a esa *turbulencia* y la dispersión como el desperdigamiento de partículas de soluto por efecto cortante en un campo de velocidades *turbulentas*, ambas asociadas íntimamente con el proceso irreversible de pérdida completa de energía libre, entonces la *naturaleza estadística* de difusión y dispersión debe ser la *misma* (homogénea).

Por lo tanto, es necesario en este punto remarcar que, aunque macroscópicamente en la sección transversal cualquiera que sea la distribución de velocidades en el eje Y (ancho), su naturaleza *estadística* es similar a la asociada a la distribución vertical (en el eje Z). Esto se puede ver también con claridad de otra forma si se piensa que la deducción de la distribución logarítmica "vertical" de velocidades realmente fue en un comienzo una distribución logarítmica "radial" ya que el entorno del análisis era un tubo infinitamente largo. Se puede pensar en la distribución transversal de velocidades como resultado de una distorsión topológica de este tubo ideal. Lo que era originalmente una distribución a lo largo del

radio (cualquier radio) se convierte en una distribución “transversal” como un radio excesivamente alargado mientras la distribución “vertical” es la misma distribución radial del tubo simétrico original. Pese a que las dos distribuciones pueden ser diferentes, su naturaleza estadística (representada por las fluctuaciones de velocidad v_r' y v_y') es la misma puesto que en la distribución “transversal” las desviaciones elementales de velocidad son idénticas en su naturaleza que en la distribución radial original. Figura 1.

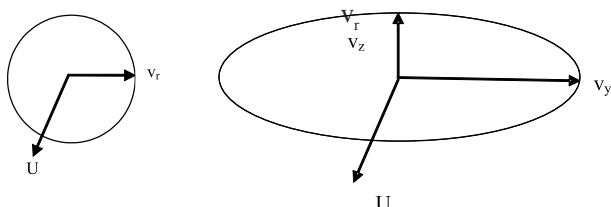


Figura 1. Similitud entre las distribuciones de velocidad

Esto implica que, tomadas como variables aleatorias las dos fluctuaciones de velocidad, la original radial, v_r' , y la mutada transversal, v_y' son *dependientes*. Esto quiere decir que conocida una información sobre la naturaleza estadística de una variable, de inmediato se conoce una noticia sobre la otra variable. Esto es objetivamente así puesto que se puede asegurar que para la dispersión, las variables aleatorias están *normalmente* repartidas, actuando como variables Brownianas, con idéntica estructura probabilística en la escala más baja de Kolmogorov. (Prigogine I., 1996). Entonces si las dos variables son estadísticamente *dependientes* gracias a la uniformidad obtenida, se debe tener en cuenta otro esquema de representación matemática, diferente al representado en la ecuación (10), esta vez mejor representado por la ecuación (13).

$$v_y = f(v_z) \tag{11}$$

Y se puede escribir las ecuaciones (8) y (9) de esta nueva forma:

$$E = f(v_z) = g(v_y) \tag{12}$$

Y desaparece entonces el concepto de *competencia* entre las dos supuestas variables “independientes”:

$$dE = dE_{v_z} + dE_{v_y} = k_1 dE_{v_z} = k_2 dE_{v_y} \tag{13}$$

Aquí k_1 y k_2 son factores de escala, en principio *diferentes* debido a que el efecto transversal puede ser eventualmente más pronunciado que el vertical (no isotropía debida al sesgo que impone la velocidad advectiva). Esto quiere decir que la ecuación de Elder que se basa en la distribución de velocidades

verticales es *completa en sí misma* con respecto al fenómeno global, ya que no es necesario presentarla como en la ecuación (10) sino solo como en (13). Esta concepción esta entonces en contrario a la idea corriente de que el hecho de tener en cuenta *solo* esta distribución *vertical* (sin tener en cuenta las variaciones *transversales* de la velocidad) puede llevar a un error grueso.

1.5.- El método de “Routing” de Fischer y la definición de Elder.

A partir de la definición general (2) dada por Taylor se suscitó una intensa aplicación de la definición de Elder, especialmente en corrientes naturales. Aunque originalmente verificada exitosamente por su autor en un dispositivo plano muy ancho con una pequeña lamina de agua corriente, su aplicación a corrientes mayores y de naturaleza diferente se convirtió una necesidad. Para ese momento la definición de “referencia”, o sea la expresión teórica contra la cual se contrastaban los resultados de las definiciones semi-empírica (como la de Elder) fue la del “cambio de momentos”, tomada de la estadística matemática aplicada a las curvas Gaussianas de trazador, aquí σ_x es la desviación típica de la distribución espacial.

$$E = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dt} \tag{14}$$

Esta expresión sin embargo fallaba en tanto las curvas a analizar fueran asimétricas (No-Fickianas) presentando diversos problemas interpretativos. Se trato de superar esta falencia mediante una definición “blindada” (supuestamente ideal ya que producía una respuesta “acoplada óptimamente” en un sentido estadístico) denominada “Método de Enrutamiento” de H.B. Fischer, consistente en un complejo y elaborado procedimiento de convolucion de una entrada de concentración conocida (datos experimentales) con una función de concentración ideal (Gaussiana) linealizada en una dimensión, donde los sufijos “o” corresponden a la forma de entrada y los “1” a la forma de salida (respuesta). Ecuación (15)

La aplicación sistemática de este método a la verificación de la definición de Elder, especialmente en ríos y quebradas, llevo al convencimiento de que la formula estaba en un error pues los resultados de referencia daban valores en ocasiones muy altos y con una gran dispersión.

$$c(x_1, t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(x_0, \tau) \frac{\exp\left(-\frac{[U(t_1 - t_0 - t + \tau)]^2}{4E(t - t_0)}\right)}{\sqrt{4\pi E(t - t_0)}} U d\tau \tag{15}$$

Pronto se vio que este método “ideal” adolecía del mismo problema del método inicial (cambio de mo-

mentos) pues requería de entradas no muy asimétricas para ser consistente. (Mc Quivey R.S. & Keefer T.N., 1974). Debido a esto y a la dificultad de su operación, hoy en día la aplicación del método de "enrutamiento" de Fischer ha sido reemplazada casi totalmente por otros métodos. Sin embargo, la idea de que la ecuación de Elder está equivocada ha persistido con los años. Se verá en seguida como una nueva definición del Coeficiente longitudinal de dispersión como función del tiempo, $E(t)$, puede dar luces a este viejo problema.

2.- METODOLOGÍA

Se proponen en seguida las ideas básicas de un nuevo modelo con cuya aplicación se puede obtener la información básica detrás de la ecuación de Elder.

2.1.- El concepto de Coeficiente Longitudinal de dispersión función del tiempo.

Para el desarrollo de este concepto se parte de la validez del principio de la inercia (relatividad clásica) planteado mediante la transformación de Galileo en el argumento exponencial de la ecuación (4). Sin embargo, se puede demostrar que este principio solo está *completamente* aplicado si el coeficiente E es una función del tiempo (pues solo así se llega a una descripción congruente de *dos* diferentes observadores inerciales). Esta corrección a la ecuación de Fick clásica lleva a la definición de la velocidad media advectiva en función del coeficiente de transporte (Constain A.J y Lemos R.A., 2011) donde ϕ es una función del tiempo (representando la evolución termodinámica de la dispersión) (Constain A.J., 2013a) y τ es el tiempo característico de la expansión Gaussiana, con $\tau = \beta t$ en donde $\beta \approx 0.215$ según el primer término de una expansión de Poisson (Constain A.J., 2012a).

$$U = \frac{1}{\phi} \sqrt{\frac{2E}{\tau}} \quad (16)$$

Despejando E

$$E(t) = \frac{U^2 \phi^2 \beta t}{2} \quad (17)$$

Si E se expresa de esta forma, las representaciones teóricas de las curvas de trazador reales se pueden modelar apropiadamente, incluyendo su asimetría no Fickiana. Los diferentes parámetros y funciones que aparecen en este desarrollo se calculan a partir de las curvas de trazador como está indicado en (Constain A.J., 2012b)(Constain A.J., 2013b)

En casos experimentales esta función tiene una forma típica como se muestra en la Figura 2. Para una velocidad advectiva dada, E es también función de la distancia.

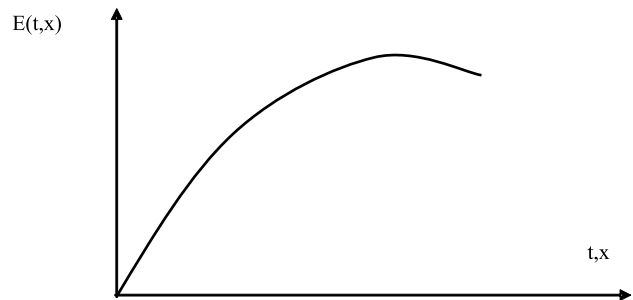


Figura 2. Coeficiente de transporte función del tiempo y/o distancia

2.2- El cálculo de Elder puesto en la perspectiva de $E(t)$

Se debe recordar que en la definición de Elder E es un valor constante *que no depende del tiempo* y por lo tanto, en relación con el Coeficiente definido en la ecuación (17), es un solo valor dentro de un rango de posibilidades, de acuerdo con la Figura 3.

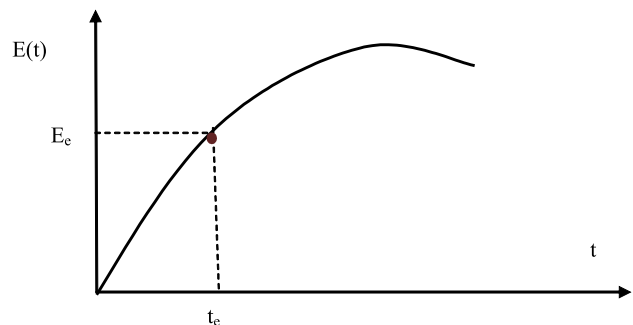


Figura 3. Solución de Elder como un punto de un rango

Así entonces, habrá un punto especial de dicha curva para la cual la definición de Elder es válida y con ello también los valores asociados de S , C y n ; es decir el procedimiento analítico resuelve aproximadamente la geomorfología del flujo. Se parte de nuevo de la ecuación de Elder:

$$E_e = \frac{0.404}{\kappa^3} h \sqrt{hgS} \quad (18)$$

Para obtener este criterio igulemos las dos definiciones de velocidad media en el flujo:

$$\frac{1}{\phi} \sqrt{\frac{2E}{\tau}} = C \sqrt{RS} \quad (19)$$

A partir de esta igualdad, trataremos de obtener la definición de Elder, despejando E en el miembro izquierdo:

$$E = \left(\phi^2 \tau \frac{C^2}{2} RS \right) \quad (20)$$

Igualando (18) a (16) y después de realizar algunas manipulaciones algebraicas, con un valor concreto para la constante universal de Von Kármán de $\kappa \approx 0.41$:

$$F = \left(\phi^2 \tau \frac{C^2}{2} \frac{R}{h} \sqrt{\frac{S}{gh}} \right) = \frac{0.404}{\kappa^3} = 5.93 \quad (21)$$

Esta función así definida servirá para hacer un proceso de validación por aproximaciones sucesivas para determinar la pendiente y la rugosidad total que vale para cada caso y de allí obtener los demás valores de la geomorfología del cauce en cuestión.

El método propuesto en este artículo consiste en ubicar en que punto de la curva $E(t)$ se encuentra la definición inicial de Elder (E_e, t_e) ajustándola al punto correcto (E_{eo}, t_{eo}) como se explica a continuación. Figura 4.

El primer paso es despejar la pendiente S de la fórmula de Elder, igualando $E(t)$ al valor específico de prueba, hallado por trazadores, despejando la pendiente de la ecuación (18).

$$S = \frac{E(t)}{35.2 \times h^3 \times g} \quad (22)$$

Un segundo paso es calcular el Coeficiente de resistencia para flujo uniforme de Chezy y el tercer paso es verificar la función "F" que concuerde con el valor clásico de Elder, ecuación (21). Se verifica si el resultado es correcto y de allí se calcula el Número de Manning (si es pertinente). Si no el resultado no es satisfactorio, se reitera el cálculo con otro dato de trazador, hasta que se consigue una aproximación apropiada.

2.3.- Un concepto ampliado para la rugosidad según Manning.

Aunque esta muy difundida la tabla de valores para la rugosidad según Manning, hay que advertir que esta normalmente corresponde a "elementos superficiales" o "rugosidad de grano", con valores relativamente bajos, correspondientes solo a ciertos tipos de cauce (Vélez J.I. et al, 2004). En particular, los cauces de montaña que se caracterizan por trazos muy irregulares con fuertes cambios en la forma del flujo, a menudo con proliferación de secuencia "piscina-

rápido" en los que la pérdida de energía conducen a valores equivalentes de rugosidad bastantes altos, raramente tabulados en las tablas convencionales. Para incluir este tipo de cauce se plantea una definición ampliada para el Número de Manning:

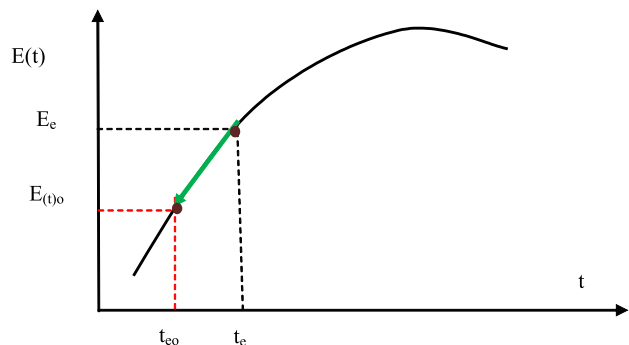


Figura 4. Ajuste por aproximación del punto ideal de Elder

$$n_{total} = n_{granos} + n_{forma} \quad (23)$$

El procedimiento delineado en este artículo se supone concordante con el valor "total" de la rugosidad, según se verá en los casos experimentales. Esta concordancia tiene que ver con el hecho de que el fenómeno dispersivo tiene estrecha relación con las pérdidas energéticas en el proceso (generación de entropía) y por lo tanto reflejara la información "integral" de formación de la resistencia al flujo. Correspondiendo a las complejas estructuras que priman en los ríos de montaña (Ugarte A. & Madrid-Aris M., 1994), las diversas fórmulas empíricas existentes sobre ríos de montaña por el contrario se centran en ciertos aspectos locales (subgerencia relativa, transporte de sedimento, tamaño del grano, etc.) que difícilmente pueden ser "integrales".

Entonces, el efecto de ambos sumandos combinados en (23) es limitar el valor efectivo de velocidad, lo cual es un resultado característico de los cauces con estructuras "piscina-rápido" con muy fuertes cambios en la forma del flujo, en los que no es raro encontrar valores efectivos de rugosidad según esta ecuación, del orden de 0.350 y posiblemente más altos aun.

3.- RESULTADOS EXPERIMENTALES:

A continuación se aplican los criterios desarrollados en este artículo al canal Caltech en Pasadena, USA y a una corriente natural en Colombia con características marcadas de estructura "piscina-rápido" en las laderas del cerro oriental en Bogotá.

3.1.- Canal Caltech:

Se analizara el experimento realizado por H.B. Fischer en el canal del Mc Keck Laboratory del Caltech en 1966. La Figura 5 muestra una vista del canal y el

Cuadro 1 muestra los datos básicos de la hidráulica del canal en el que hace un vertimiento y dos mediciones secuenciales. Los datos mostrados son ajustados al análisis de las curvas de trazador (Constain A.J., 2013 c) En este caso se conoce a priori el valor de la pendiente de fricción, S.

tados al análisis de las curvas de trazador (Constain A.J., 2013 c) En este caso se conoce a priori el valor de la pendiente de fricción, S.



Figura 5. Vista del canal de Caltech

Cuadro 1: Datos del experimento en el canal Caltech

Parámetro	Especificación
Condiciones del canal	L(max)= 40 m W= 1.09 m h=0.128 m R=0.104 m A= 0.140 m ² S= 0.0002 Ux=0.374 m/s Q= 50.8 l/s
Trazador	Sal común (NaCl)
Medidores de Conductividad	Seis (6) para asegurar una medición precisa en la sección transversal Sensibilidad de los sensores: 0.5 mgr/l Rango: Hasta 100 mgr/l
Medidores de velocidad	Tubos de Pitot estáticos 1/8 pulgada
Método de vertimiento:	Súbito en toda la sección a 14.08 m primero y a 24.8 m después

3.1.1.- Cálculo de los valores para las dos curvas de trazador

Para este ejercicio se hacen las graficaciones correspondientes sobre las dos curvas de trazador específicas, tal como se muestra en la Figura 6 de las cuales se sacan los siguientes datos:

Curva a X1=14.06 m.

$$\phi_1 = 0.137$$

$$E_1(t) = 0.0106$$

$$\tau_1 = 8.16$$

Se despeja S:

$$S_1 = \frac{E_1^2}{35.2 \times h^3 \times g} = \frac{(0.0106)^2}{35.2 \times (0.128)^3 \times 9.81} = 0.00016$$

Se calcula el Coeficiente de Chezy:

$$C = \frac{U}{\sqrt{RS}} = \frac{0.374}{\sqrt{0.104 \times 0.00016}} = 91.6$$

Se verifica la Función "F":

$$F = \left(\phi^2 \tau \frac{C^2 R}{2 h} \sqrt{\frac{S}{g h}} \right) = (0.137)^2 \times 8.16 \times \frac{91.6^2}{2} \times \frac{0.104}{0.128} \times \sqrt{\frac{0.00016}{9.81 \times 0.128}} = 5.89$$

Curva a X2=25.06 m.

$$\phi_2 = 0.130$$

$$E_2(t) = 0.0169$$

$$\tau_2 = 14.5$$

Se despeja S:

$$S_2 = \frac{E_2^2}{35.2 \times h^3 \times g} = \frac{(0.0169)^2}{35.2 \times (0.128)^3 \times 9.81} = 0.00039$$

Se calcula el Coeficiente de Chezy:

$$C = \frac{U}{\sqrt{RS}} = \frac{0.374}{\sqrt{0.104 \times 0.00039}} = 58.7$$

Se verifica la Función "F":

$$F = \left(\phi^2 \tau \frac{C^2 R}{2 h} \sqrt{\frac{S}{g h}} \right) = (0.130)^2 \times 14.5 \times \frac{58.7^2}{2} \times \frac{0.104}{0.128} \times \sqrt{\frac{0.00039}{9.81 \times 0.128}} = 6.05$$

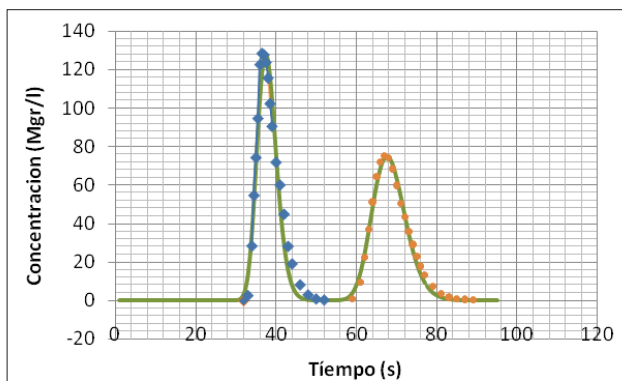


Figura 6. Curvas de trazador obtenidas

Curva a distancia interpolada.

Se ve que el primer valor está más bajo que 5.93 y el segundo más alto, por lo tanto se interpola un valor intermedio de trazador así:

$$E_3(t) = 0.0121$$

$$\phi_3^2 \times \tau_3 = 0.173$$

Se despeja S:

$$S_3 = \frac{E_3}{35.2 \times h^3 \times g} = \frac{(0.0121)^2}{35.2 \times (0.128)^3 \times 9.81} = 0.0002$$

Se calcula el Coeficiente de Chezy:

$$C = \frac{U}{\sqrt{RS}} = \frac{0.374}{\sqrt{0.104 \times 0.0002}} = 82.0$$

Se verifica la Función "F":

$$F = \left(\phi^2 \tau \frac{C^2 R}{2 h} \sqrt{\frac{S}{g h}} \right) = (0.173)^2 \times \frac{82^2}{2} \times \frac{0.104}{0.128} \times \sqrt{\frac{0.0002}{9.81 \times 0.128}} = 5.95$$

Como se puede comprobar este valor de F concuerda bastante bien con la formula de Elder y da exactamente el valor de la pendiente medida en el experimento. La curva de E(X) y la ubicación (en rojo) del valor de Elder correcto se muestra en la Figura 7.

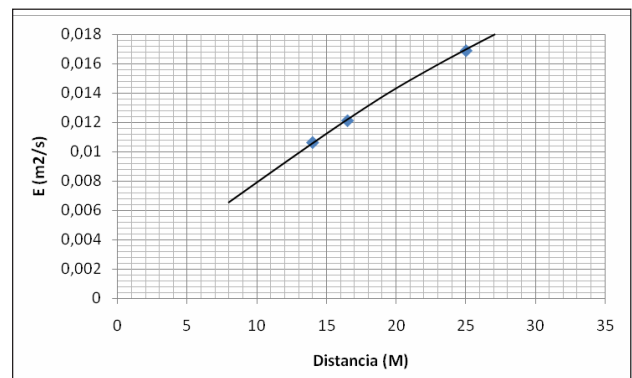


Figura 7. Punto optimo de Elder en E(x)

3.2.- Quebrada "La Vieja".

Se presenta ahora un cauce natural típico de montaña, la quebrada "La Vieja" en los cerros orientales de la capital colombiana, Bogotá. Este cauce se caracteriza por tener secuencia de represamientos y rápidos, por lo que presumiblemente el componente de cambio de forma del flujo sea el mayor responsable de la pérdida de energía, mostrando un Numero de Manning significativamente mayor al asignado a

la sola rugosidad superficial. Este es un buen ejemplo de validez de la Ecuación de Elder debido a los antecedentes ya mencionados. En este caso no se conoce *a priori* el valor de la pendiente.

El grupo de estudio multidisciplinario de la Universidad Militar Nueva Granada y la empresa Hydrocloro Ltda. ha desarrollado diversos estudios de Calidad de Aguas en esta quebrada tomada como “piloto” por sus características especiales. En estas jornadas se ha utilizado el Equipo “Inírida Deep Flow” que permite estudios de trazadores (sal y Rodamina) en tiempo real, aplicando las nuevas ecuaciones que involucran a E como función del tiempo. Este equipo

mide el caudal por dos métodos diferentes (uno de ellos Q_a es mediante el principio de conservación de la masa calculando el área bajo la curva de trazador) así mismo da los valores de ϕ , U y E para cada punto de medición. Igualmente se tomaron datos de profundidades y anchuras del cauce para caracterizarlo en una “batimetría” simple.

En la jornada de campo documentada se hicieron 5 vertimientos con sal común como trazador de las cuales se analizan solo 4 curvas de trazador por tener una de ellas (la primera) un error grueso en el momento de marcar su vertimiento. (Figura 8).

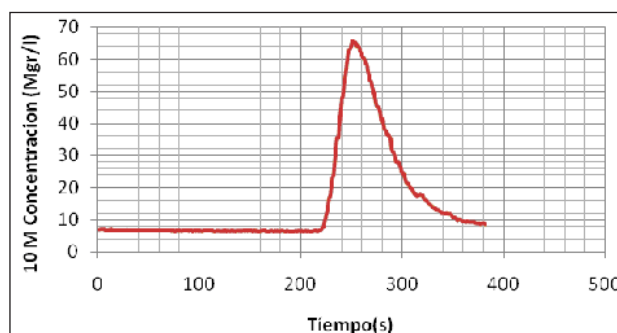


Figura 8. Aspectos del cauce y del equipo de medición

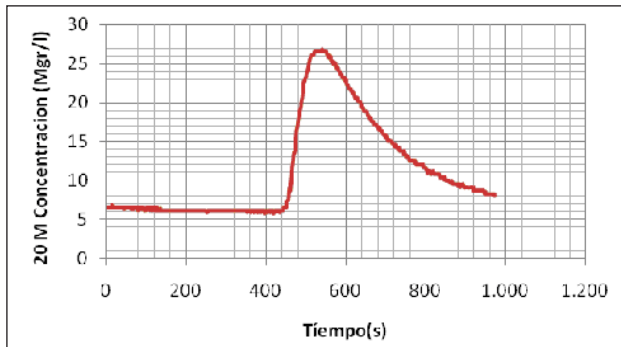
3.2.1- Información de las curvas de trazador:

Se muestran a continuación las curvas de trazador tomadas con el instrumento “IDF” en la quebrada “La Vieja”. (Figura 9).

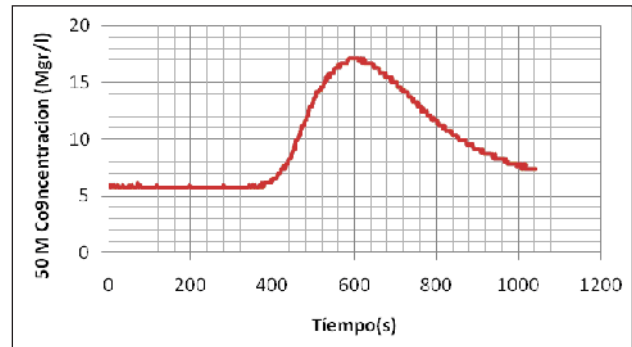
Aforo a X=10 M:



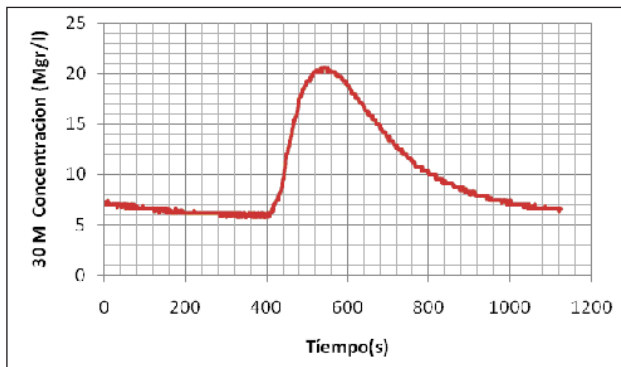
Aforo a X=20 M.



Aforo a X= 50 M.



Aforo a X=30 M.



Aforo a X=100 M.

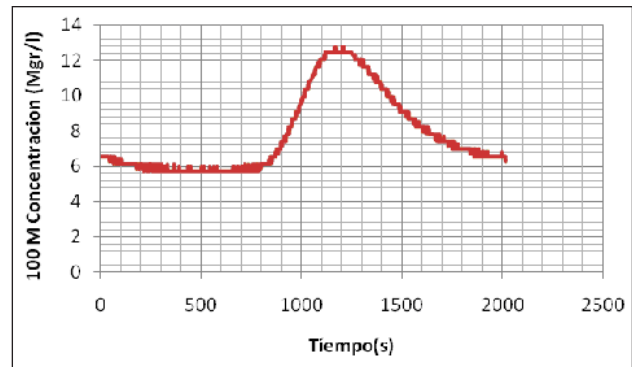


Figura 9. Curvas de trazador tomadas por el IDF en la quebrada.

3.2.2.-Datos de trazador tomados del IDF:

En el Cuadro 2 se muestran los datos de los 5 aforos con trazador.

Cuadro 2: datos de los 5 aforos con sal.

Aforo	U (M/s)	Q (M3/s)	Qa (M3/s)	Φ	Cp (Mg/l)	E (M2/s)
X=10 m	0.141	0.0410	0.0389	0.663(*)	56.7	0.067
X=20 m	0.143	0.0375	0.0375	1.047	21.4	0.336
X=30 m	0.103	0.0325	0.0331	0.821	15.0	0.223
X=50 m	0.097	0.0324	0.0336	0.600	11.0	0.187
X=100 m	0.097	0.0335	0.0330	0.485	7.1	0.243
Promedio	0.116 M/s	0.0354	0.0335(**)			0.211
Caudal promedio		M3/s	0.0345			
Sección transversal promedio At(***)	0.30 M2					

(*) Este valor debe tener un error grueso por tiempo y se saca del cálculo.

(**) Error relativo entre Q y Qa: 5.7%

(***) At= Área de la sección transversal sacada del análisis por tiempos.

En el Cuadro 3 se muestran los datos de la geometría básica del cauce:

Cuadro 3: Datos de la geometría del cauce.

Aforo	Ancho W (M)	Profundidad lado izquierdo H1 (M)	Profundidad centro H2 (M)	Profundidad lado derecho H3 (M)	Profundidad Promedio (M)
X=0 m	1.00	0.20	0.14	0.10	0.15
X=10 m	1.80	0.09	-----	0.13	0.11
X=20 m	1.60	-----	-----	-----	-----
X=30 m	1.40	0.03	-----	0.28	0.16
X=40 m	1.25	0.20	0.26	0.15	0.20
X=50 m	1.40	0.14	0.20	0.19	0.18
X=60 m	2.10	0.28	0.06	0.08	0.14
X=70 m	1.38	0.06	0.22	0.17	0.15
X=80 m	1.60	0.10	0.14	0.15	0.13
X=90 m	1.30	0.17	0.21	0.10	0.16
X=100 m	2.00	0.16	0.14	0.14	0.15
Ancho Promedio	1.68 M				0.17 M
Sección transversal Promedio Ag(*)					0.29 M2 (**)

(*) Ag= Área de la sección transversal sacada por geometría.

(**) Error relativo entre At y Ag: 3.5%

4.- DISCUSIÓN

Aplicando la metodología y las ecuaciones desarrolladas en este artículo para S y F, se aplican estos datos a hallar C y n, según el cuadro 4.

Cuadro 4: resultados de los cálculos para ajustar Elder.

Aforo	E (M2/s)	S	F	C	n
X=20 m	0.336	0.0740	5.27	1.34	0.535
X=30 m	0.223	0.0352	5.92	1.27	0.594
X=50 m	0.187	0.0174	5.97	1.69	0.449
X=100 m	0.243	0.0510	5.99	1.08	0.680
Promedio	0.247	0,0444	5.79		

Estos datos se grafican en la siguiente Figura 10

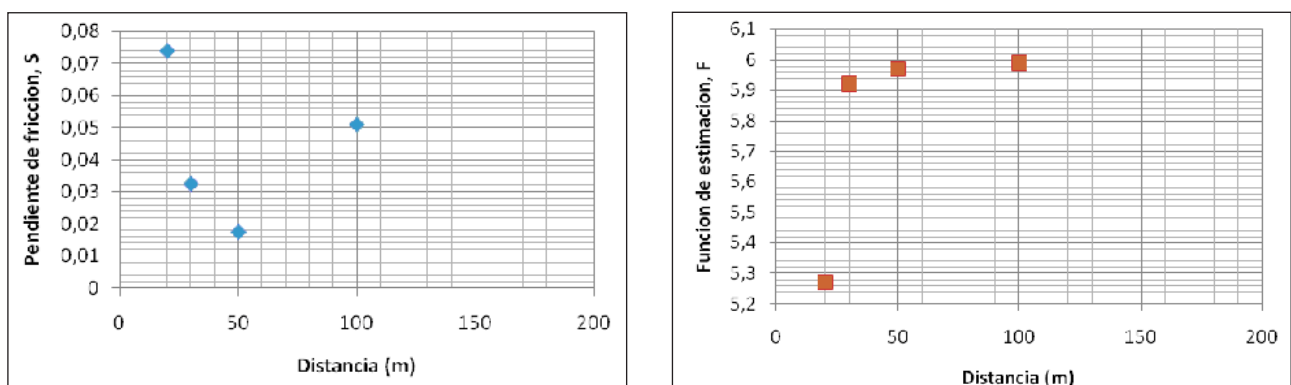


Figura 10. Curvas para las funciones de interés, S y F.

En el Cuadro de resultados, el aforo más cercano en F al valor de referencia es el dato a $X=30\text{ m}$ por lo tanto se acepta que esta información será la representativa para caracterizar la geomorfología de este cauce. El valor bastante significativo del Numero de Manning es concordante con la estructura muy dispar del cauce en tanto se configuran secuencias de “piscina-rápido”, lo cual no se explicaría por la sola rugosidad de grano. El resultado de este efecto de resistencia es una velocidad baja del flujo, en este caso.

Paso seguido se chequean los valores probables para establecer su congruencia en las formulas.

$$U = C\sqrt{RS} = 1.27\sqrt{0.186 \times 0.0352} = 0.103\text{ m/s}$$

$$E = 5.93h\sqrt{hgS} = 5.93 \times 0.16\sqrt{0.16 \times 9.81 \times 0.0352} = 0.223\text{ m}^2/\text{s}$$

Como se puede verificar, los datos obtenidos concuerdan bien con los esperados según los cuadros de resultados. Esta congruencia es lo que asegura la justeza de la aproximación propuesta. El ejercicio realizado entonces consistió en ubicar el punto específico para la definición de Elder (en rojo) dentro de la grafica de $E(X)$, tal como se muestra en la Figura 11.

5.-CONCLUSIONES:

1. No obstante las variadas fuentes de imprecisión que juegan en el desarrollo de esta metodología debido a las aproximaciones que se deben hacer, entre ellas: flujo uniforme, limitación por simplicidad del modelo (Manning por ejemplo) y los errores accidentales que imponen su distorsión especialmente en experimentos con pocos datos, los resultados obtenidos en los dos casos son satisfactorios al nivel de ingeniería.
2. Para los canales debido quizá a la preponderancia de flujo uniforme la identificación del punto de ubicación de E_e en la curva $E(t)$ es relativamente más fácil por la poca dispersión de los datos, no tanto así para los flujos naturales.
3. La metodología presentada incluye eventualmente una extensión a los valores de rugosidad diferente a la superficial de grano, pudiendo reflejar los otros factores de pérdida de energía, como los cambios de forma y que influyen en la disminución del valor de la velocidad.
4. En principio, la posibilidad de calcular la geomorfología a partir de los datos de trazador abre una interesante fuente de información diferente a la observación subjetiva. Deberán ser acopiados más datos al respecto para afinar los criterios presentados.

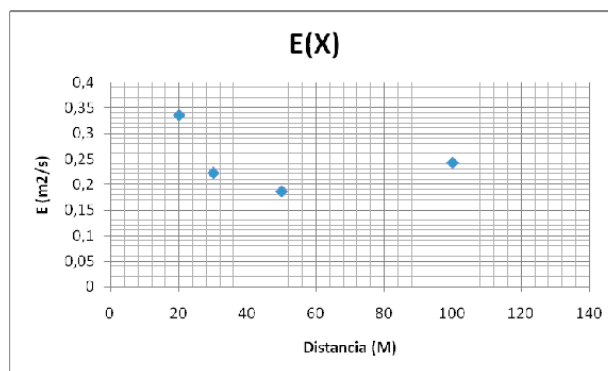


Figura 11. Ubicación óptima de Elder en $E(x)$

6.-REFERENCIAS

- Constain A.J., 2013. Aplicación de una ecuación de velocidad media en régimen no uniforme: Análisis detallado del transporte en el canal Caltech. Revista Ingeniería Civil No. 170. CEDEX. Pp. 103-122.
- Constain A.J., 2013. .A thermodynamic view of tracer plume evolution: Complete mixing condition evaluation. *European Physical Journal*, Vol. 50. No. 20135003001.
- Constain A.J. 2013. Avances en los estudios de Calidad de aguas: parámetros de la metodología ADZ en función de parámetros IDF. Revista ACODAL, No.232. Pp. 29-44. Bogotá.
- Constain A.J. 2012. Definición y análisis de una función de evolución de solutos en flujos naturales, *Revista DYNA*, No. 175. Medellín. Pp. 173-181.
- Constain A.J., 2012. Análisis crítico de la metodología de Zonas Muertas: TS y ADZ aplicadas al Rio Severn (Reino Unido) y propuesta de una metodología más simple usando Excel. Revista ACODAL, No.231. Bogotá. Pp. 46-71.
- Constain A.J y Lemos R.A., 2011. Una ecuación de velocidad media del flujo en régimen no uniforme, su relación con el fenómeno de dispersión como función del tiempo y su aplicación a los estudios de calidad de agua. *Revista Ingeniería Civil*, No 164, CEDEX,. Pp 114-135.
- Fischer H.B. 1966. *Longitudinal dispersion in laboratory and natural streams*. KHR-12, PhD thesis dissertation, Caltech,
- Fischer H.B., 1967. The mechanics of dispersion in natural streams. *Journal of the Hydraulics division*, November, Pp. 187-216.
- Fischer H.B., 1968. Dispersion predictions in natural streams. *Journal of the Sanitary Engineering Division*. October, Pp 927-941.
- Holley E.R., 1969. Unified view of diffusion and dispersion. *Journal of the Hydraulics division*, March,. Pp 621-631.
- Mc Quivey R.S. & Keefer T.N. 1974. Simple method for predicting dispersion in streams. *Journal of the*

environmental engineering Division. August, Pp. 997-1011.

Peralta Fabi, R. 2001. *Fluidos, apellido de líquidos y gases*. La ciencia para todos 115. Fondo de cultura económica, México.

Prigogine I. 1996. *El fin de la certidumbres*. Taurus, Madrid.

Seo I.W. & Baek K.O., 2002. Estimation of longitudinal dispersion coefficients for streams. *River Flow 2002*. Balkema,. Pp 143-150.

Ugarte A. y Madrid-Aris M. 1994. Roughness coefficient in Mountain Rivers. *Hydraulic Engineering*, Vol. 1, ASCE, New York, Vol. 1.

Velez J.I., Posada L., Montoya M.M. y Montoya E., 2004. Metodología para estimar la resistencia al flujo en cauces de montaña. Memorias XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Brasil. Pp 1-8